

Boîtes de conserve

Une histoire de boîte

On souhaite fabriquer en aluminium une boîte de conserve d'un volume de 500cm^3 de manière à ce que la surface d'aluminium utilisée pour réaliser cette boîte soit minimale.

On modélise la boîte de conserve par un cylindre de hauteur h et de base de rayon r .

1. Calculer l'aire d'aluminium nécessaire si $r = 5$. On arrondira le résultat à l'entier.
2. Exprimer la hauteur de la boîte en fonction du rayon du cylindre. En déduire que l'expression de la surface en aluminium est égale à $2\pi r^2 + \frac{1000}{r}$.
3. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction $f(x) = 2\pi x^2 + \frac{1000}{x}$ définie pour tout réel $x > 0$. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de la valeur de x pour laquelle la fonction est minimale.
4. La fonction f est dérivable pour tout $x > 0$. Calculer sa dérivée et en déduire la valeur exacte de x pour que la fonction soit minimale.
5. Quelles sont les dimensions (à 10^{-1} près) du cylindre? Quelle est alors la surface d'aluminium nécessaire à sa fabrication?

Une histoire d'aluminium

On décide finalement de fixer $r = 4\text{ cm}$ et $h = 10\text{ cm}$. On veut fabriquer 30 000 boîtes. Les formes seront découpées dans un rectangle d'aluminium en suivant cet ordre : cercle - rectangle - cercle.

On hésite entre deux fournisseurs pour passer commande : le fournisseur S'alu propose de payer un forfait fixe de 15 000€ puis facture à 42€ le mètre carré. Son concurrent, Alu'minime facture à 55€ le mètre carré.

Lequel de ces deux fournisseurs est le plus intéressant pour notre commande? Combien faut-il de centaines de mètres carré pour que les prix de la société S'alu deviennent plus attractifs? On pourra procéder à quelques arrondis pour faciliter les prévisions.

Une histoire à dormir debout!

On décide de tester un concept révolutionnaire de boîte en alu à couvercle cartonné. Il ne faut donc plus fabriquer qu'un seul disque en aluminium. Les dimensions de notre boîte vont-elles changer?