

Datation archéologique (suites géométriques)

Le carbone 14 est un isotope radioactif utilisé en archéologie pour dater des échantillons carbonés. En effet, celui-ci est présent dans toute matière organique vivante en proportion constante. A la mort de l'organisme, en l'absence d'échanges avec l'environnement, le nombre d'atomes de carbone 14 diminue selon une loi mathématique connue.

1. On appelle demi-vie le temps nécessaire pour que le nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon diminue de moitié. On modélise par une suite u_n le nombre de noyaux radioactifs présents dans un échantillon au bout de n demi-vies ($n \geq 0$). On notera n_0 le nombre initial de noyaux radioactifs. Définir par récurrence la suite u_n .

Soit u_n la suite définie pour tout entier naturel n telle que :

$$\begin{cases} u_0 = n_0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$$

2. Quel est le type de la suite u_n ? En déduire une formule explicite.

La suite u_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$. On peut donc écrire :

$$u_n = n_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

3. On considère un échantillon qui ne contient plus que 12,5% de ses atomes radioactifs. Estimer l'âge de cet échantillon sachant que la demi-vie du carbone 14 vaut 5730 ans.

On cherche n tel que :

$$u_n = n_0 \times 0,125 = n_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \iff 0,125 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \iff 2^n = \frac{1}{0,125} = 8$$

Il faut donc trois demi-vies pour qu'un échantillon ne contienne plus que 12,5% d'atomes radioactifs, soit environ 17 190 ans.

4. On considère que lorsque l'échantillon contient moins de 0,4% de son nombre initial d'atomes radioactifs, il n'est plus possible de procéder à une datation. Déterminer approximativement, à l'aide d'un algorithme Python, la date après laquelle toute datation est impossible.

```
deg PYTHON
1 from math import *
2
3 def seuil():
4     n=0
5     while 0.5**n > 0.4/100:
6         n+=1
7     return n*5730
8
9
10
11
12
~
```

```
deg PYTHON
>>> from test import *
>>> from datation import *
>>> seuil()
45840
>>> |
```

On ne pourra pas faire de datation au-delà de 45 840 années.