

Etude de la population de Haute-Savoie

Cette activité est proposée par Guillaume Lorimier, professeur de mathématiques au lycée Madame de Staël à Saint-Julien-en-Genevois.

Savoir-faire

- Exprimer $u(n)$ en fonction de $u(0)$ et n .
- À partir de données démographiques, calculer le taux de variation d'une population entre deux dates.
- Comparer les valeurs fournies par un modèle à des données réelles afin de tester sa validité.

On s'intéresse aux données relatives au nombre d'habitants en Haute-Savoie entre 2006 et 2016.

Année	2006	2011	2016
Population	696 255	746 994	801 416

Source : INSEE

Le préfet souhaite estimer la population dans les années à venir pour prévoir la construction des collèges du département. Afin de l'aider à prendre les meilleures décisions, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le taux d'évolution sur 5 ans de la population de Haute-Savoie entre 2006 et 2011 ? Et entre 2011 et 2016 ? On donnera les résultats en pourcentage à 10^{-2} près.

On calcule entre 2006 et 2011 un taux d'évolution égal à :

$$\frac{746994 - 696255}{696255} = 0,0729$$

soit 7,29%.

Entre 2011 et 2016, on calcule :

$$\frac{801416 - 746994}{746994} = 0,0729$$

soit 7,29%.

2. En déduire un taux d'évolution annuel moyen.

Le taux d'évolution est de 7,29% sur cinq ans. On cherche donc l'entier n tel que $n^5 = 1,0729$.

On calcule $\sqrt[5]{1,0729} = 1,0142$ soit un taux d'évolution annuel moyen de 1,42%.

La racine n -ième est disponible dans la boîte à outils  de la calculatrice.



3. Quelle nature de suite semble adaptée pour modéliser l'évolution de la population de Haute-Savoie dans les prochaines années ?

Le taux d'évolution étant constant, on modélisera l'évolution de notre population à l'aide d'une suite géométrique.

Pour prédire l'évolution de cette population, on suppose donc que dans les prochaines années, le taux d'évolution sera constant. On modélise alors la population de Haute-Savoie par une suite de termes notés $u(n)$, modélisant la population en l'année 2006+n.

4. Déterminer la raison, le terme initial et le terme général de cette suite.

On a une suite de terme initial $u(0) = 696255$ et de raison $q = 1,0142$, soit un terme général :

$$u(n) = 696255 \times 1,0142^n$$

5. A l'aide de cette suite, calculer la population modélisée en 2011 et 2016. Comparer vos résultats avec les données de l'INSEE (écart absolu ou relatif).

En utilisant cette suite, on obtient pour 2011 :

$$u(5) = 696255 \times 1,0142^5 = 747113$$

On a un écart absolu de 119 et un écart relatif de 0,016%.

De même, on obtient pour 2016 :

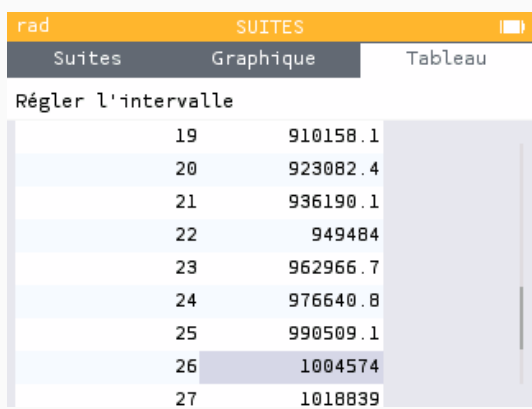
$$u(10) = 696255 \times 1,0142^{10} = 801686$$

L'écart absolu est égal à 270, pour un écart relatif de 0,034%.

6. Selon ce modèle, quelle sera la population de Haute-Savoie en 2025 ?

En suivant ce modèle, on obtient $u(19) = 910158$.

7. Déterminer en quelle année la population de Haute-Savoie pourrait atteindre le million à ce rythme de croissance. On pourra utiliser la fonction **Tableau** de la calculatrice.



SUITES	
Suites	Graphique
Régler l'intervalle	
19	910158.1
20	923082.4
21	936190.1
22	949484
23	962966.7
24	976640.8
25	990509.1
26	1004574
27	1018839

La calculatrice nous donne $n = 26$, ce qui correspond à l'année 2032.

8. Quelles sont les limites de ce modèle ?

Les modèles doivent être questionnés régulièrement et le modèle exponentiel ne peut décrire la croissance d'une population à long terme dans la mesure où les ressources d'un environnement sont limitées. Et si les ressources viennent à s'épuiser, le taux de mortalité tend à augmenter. On peut évoquer les hypothèses de Malthus qui ne se sont pas réalisées.