

Activité 5 - La mission Apollo 13 - CORRECTION

QUESTION 1 : Application Python

I) Retrouver la distance Terre-Lune

Écrire un programme Python permettant de trouver une approximation de la distance Terre-Lune, sachant qu'à l'époque les astronautes ont atteint la Lune en 76 heures de vol avec une vitesse moyenne de 5 100 km/h.

```
1 from math import *
2 def distance():
3     t=76
4     v=5100
5     d=v*t
6     return d |
7
8
9
10
11
12
```

```
>>> from terrelune import *
>>> distance()
387600
>>>
```

Pourquoi le résultat est-il une approximation de la distance Terre-Lune ? Donner des arguments pour étayer votre réponse.

Les navettes spatiales ne se déplacent pas en ligne droite, c'est pourquoi on parle d'orbite haute ou basse. Elles parcourent ainsi parfois une distance plus longue que la distance Terre-Lune exacte.

II) Notion de distance et fonction mathématique

On souhaite établir un lien entre la notion de distance, illustrée par celle entre la Terre et la Lune, et les concepts mathématiques.

1. Quelle fonction mathématique utilise-t-on quand on parle de distance ? Y'en a-t-il plusieurs ?

La fonction qui utilise la notion de distance est la valeur absolue. Mais on utilise aussi la racine carrée pour calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé.

2. À quoi sert une bibliothèque Python ? Donner deux exemples de bibliothèques.

Une bibliothèque Python (ou library) est un ensemble de morceaux de code déjà écrit, que vous pouvez réutiliser dans vos propres programmes. Par exemple, Matplotlib et Turtle pour des dessins et représentations de fonctions.

3. Quelle bibliothèque doit-on utiliser pour les fonctions en lien avec la notion de distance ?

On doit utiliser la bibliothèque `math` et les fonctions `sqrt` et `abs`.

4. Quelle bibliothèque Python doit-on utiliser pour des nombres aléatoires ?

On doit utiliser la bibliothèque `random`.

5. Écrire une fonction Python, qui calcule la valeur absolue d'un nombre aléatoire compris entre 0 et 100.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 from random import *
3 def racine_carree2():
4     x=randint(0,100)
5     print(x)
6     if x>=0:
7         return sqrt(x)
8     else:
9         print("on ne peut pas")
10
11
12
```

6. Écrire une fonction Python, qui calcule la racine carrée d'un nombre aléatoire compris entre 0 et 100.

```
rad PYTHON
1 print(x)
2
3
4
5
6 if x>=0:
7     return sqrt(x)
8 else:
9     print("on ne peut pas")
10 def valeur_absolue2():
11     x=randint(0,100)
12     print(x)
13     if x>=0:
14         return x
15     else:
16         return -x
17
```

III) Retrouver la distance Lune-Soleil en utilisant la valeur absolue

1. À quoi faut-il penser pour faire le calcul de la distance Lune-Soleil ?

La Lune tourne autour de la Terre, donc l'alignement Soleil-Lune-Terre n'est pas permanent.

2. En supposant que le Soleil, la Lune et la Terre sont dans le même plan et qu'il n'y a que deux positions possibles (alignés et dans cet ordre)

- Soleil-Terre-Lune
- Soleil-Lune-Terre

Écrire un programme Python permettant de trouver la distance qui sépare le Soleil et la Lune (on utilisera la fonction valeur absolue).

```
1 from math import *
2 terre_soleil=149.6*10**6
3 terre_lune=384400
4 print("choix1: la lune est entre la terre et le soleil")
5 print("choix2: la terre est entre la lune et le soleil")
6 choix=input("choisir entre choix1 ou choix2")
7 if choix=="choix1":
8     print("distance lune-soleil=",abs(terre_lune-terre_soleil))
9 if choix=="choix2":
10    print("distance lune-soleil=",terre_lune+terre_soleil)
```

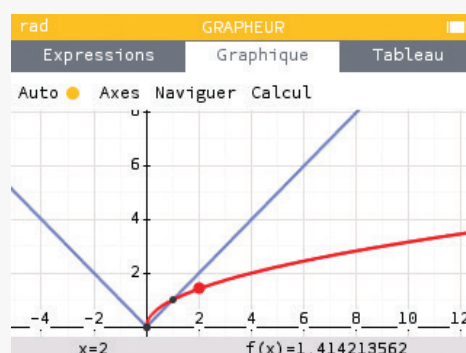
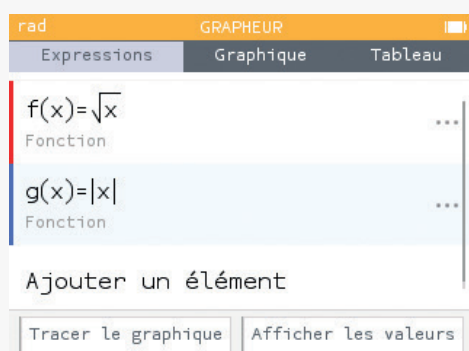
IV) Formule de la distance Lune-Soleil dans un repère orthonormé connaissant leurs coordonnées en utilisant la racine carrée.

```
1 from math import *
2 def formule_distance(xS,yS,xL,yL):
3     d=sqrt((xL-xS)**2+(yL-yS)**2)
4     return d
```

QUESTION 2 : Application Grapheur

1. A l'aide de la calculatrice, tracer la représentation graphique des fonctions f et g définie par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = |x|$

On entre nos deux fonctions dans l'application «Grapheur» de la calculatrice graphique NumWorks pour les visualiser.



2. À l'aide du tracé, déterminer, pour chacune des fonctions, leur ensemble de définition.

À l'aide du menu «naviguer», déplacer la fenêtre si besoin pour étudier le domaine.

$$D_f = [0; +\infty[\quad D_g = \mathbb{R}$$

3. À l'aide du tracé, déterminer, pour chacune des fonctions, leur parité.

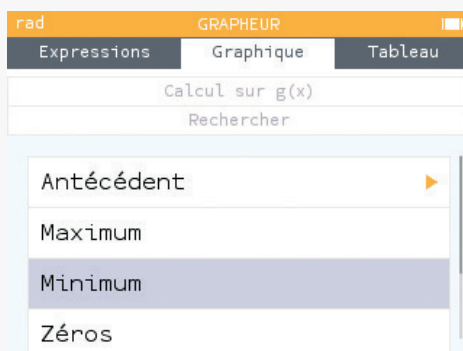
f n'est ni paire ni impaire.
 g est une fonction paire.

4. À l'aide du tracé, déterminer pour chacune des fonctions, leur sens de variations.

f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$
 g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$ et est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

5. À l'aide du tracé, déterminer pour chacune des fonctions, leurs extremums. Quelles particularités ces fonctions ont-elles ? Cela est-il cohérent avec la notion de distance ?

On vérifie d'abord notre résultat à l'aide de notre graphique. On peut facilement trouver l'intersection des courbes avec les points d'intérêt. Aussi, on peut trouver rapidement le minimum en se appuyant sur  > Rechercher > Minimum.



0 est le minimum de la fonction f sur $[0; +\infty[$ atteint pour $x = 0$

0 est le minimum de la fonction g sur $\mathbb{R}$ atteint pour $x = 0$

Ces fonctions sont toujours positives. Or une distance est également toujours positive, c'est donc cohérent.

QUESTION 3 : Démonstration

On souhaite retrouver certaines des conjectures.

1. Démontrer que la fonction racine carrée n'est ni paire ni impaire et que la fonction valeur absolue est paire.

$D_f = [0; +\infty[$ donc D_f n'est pas centré en 0 donc f n'est ni paire ni impaire.

$D_g = \mathbb{R}$ donc D_g est centré en 0

$$g(-x) = |-x|$$

$$= |x|$$

$g(-x) = g(x)$ donc f est paire.

2. Déterminer le sens de variations de la fonction racine carrée.

Soient deux réels a et b strictement positifs tels que $a < b$.

$$f(a) - f(b) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

$$= \frac{a - b}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

Or a et b strictement positifs donc $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) > 0$

De plus $a < b \Leftrightarrow a - b < 0$

Par quotient $\frac{a - b}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})} < 0 \Leftrightarrow f(a) - f(b) < 0$

Donc $f(a) < f(b)$

Donc f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$