

Fractions irréductibles

Cet exercice ainsi que sa correction est proposé par Philippe Moutou. Il enseigne au lycée Henri IV à Paris.

Exercice

On veut parcourir l'ensemble des rationnels strictement positifs en rangeant les fractions $\frac{a}{b}$ dans l'ordre de la somme $s = a + b$ et, pour une même valeur de s , dans l'ordre de a .

L'idée est d'aller jusqu'à une certaine fraction $Q = \frac{A}{B}$ et d'afficher le nombre N et le pourcentage p des fractions irréductibles inférieures ou égales à Q .

Avec $Q = \frac{2}{5}$, les 17 fractions rangées jusqu'à Q étant : $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}, \frac{5}{1}$ et $\frac{2}{5}$ parmi lesquelles 4 sont simplifiables ($\frac{2}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}$). On doit obtenir $N = 13$ et $Q = \frac{13}{17}$. Jusque-là, on peut se passer des listes mais on souhaite obtenir l'affichage des fractions irréductibles dans l'ordre numérique croissant.