

Croissance bactérienne

On considère une bactérie en phase de croissance, présente initialement en quantité N_0 , qui se divise pendant un temps t . Cela signifie qu'à chaque division, la cellule-mère se scinde en deux cellules-filles.

- On s'intéresse à l'évolution de la population de bactéries.
 - Combien compte-t-on de bactéries après une génération (ou division)? Après deux générations?
 - Quelle est la relation entre N_n , le nombre de bactéries au bout de n générations, et N_0 , le nombre de bactéries initial?

Voici les données expérimentales qui ont été recueillies. On donne t en minutes et le nombre de bactéries en milliers :

t	0	15	30	45	60	75	90	105	120
N	245	308	382	474	593	744	928	1 156	1 381

- Entrer ces données dans l'application Régressions, et vérifier que les données suivent bien une croissance exponentielle en sélectionnant le modèle de régression adapté (touche $\otimes$ dans Graphique).
- On appelle k le taux de croissance des bactéries, c'est-à-dire le nombre de divisions par unité de temps. On a donc $n = kt$ et $N = N_0 \times 2^{kt}$. Montrer que : $\ln N = \ln N_0 + kt \ln 2$
- D'après cette expression, conjecturer la représentation graphique de $\ln N$ en fonction de t .
- On propose de réaliser une nouvelle régression en représentant maintenant $\ln N$ en fonction de t .

Dans l'onglet Données de l'application, nous allons réutiliser les mêmes valeurs en X1 et en X2 : on sélectionner la cellule X2, touche OK, puis **Remplir avec une formule** > **Vide**. En appuyant sur la touche $\left(\begin{smallmatrix} \text{copy} \\ \text{var} \end{smallmatrix}\right)$, on retrouve dans le sous-menu Listes les données de la colonne X1 afin d'entrer $X2=X1$.

Pour les valeurs de Y2, nous allons réutiliser les valeurs de Y1 en appliquant le même procédé avec un logarithme. On sélectionne Y2, touche OK, remplir avec une formule : $Y2 = \ln(Y1)$.



Y1	X2	Y2
245	0	0
308	15	0
382	30	0
474	45	0
593	60	0
744	75	0
928	90	0

$Y2 = \ln(Y1)$

Désactiver les données du premier tableau (en sélectionnant la cellule X1, touche OK puis décocher **Afficher la série**) et vérifier votre conjecture en effectuant une régression sur les données du second tableau.

Une fois la courbe de régression affichée, appuyer sur $\otimes$ pour obtenir des informations complémentaires. Quelle est la valeur du coefficient directeur à 10^{-3} près ?

6. En déduire une expression de $N(t)$.
7. Quelle est la limite de la fonction $N(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$? Ce modèle mathématique est-il cohérent pour décrire toute la dynamique de croissance des bactéries dans un milieu donné?